Recibido, 10/09/2014 Aceptado, 27/11/2014

Aplicación de la teoría de juegos a la educación

Application of game theory to education.

[1] Lenin Quiñones H.[a] y [1]Segundo Pérez G [b].

RESUMEN

La teoría de juegos es una rama de las matemáticas que pone de manifiesto que los acontecimientos de las ciencias sociales donde los agentes actúan a veces unos contra otros para la consecución de sus objetivos, pueden ser descritos mediante modelos matemáticos, esta teoría se ha convertido en una herramienta analítica indispensable para la resolución de problemas económicos. En el presente artículo se muestra dos ejemplos de aplicación de la Teoría de Juegos a la Educación. En el primer ejemplo mostramos que la estrategia óptima que debe utilizar un estudiante para aprobar cualquier curso es estudiar y finalmente en nuestro segundo ejemplo mostramos que para obtener un mejor pago o ganancia es utilizar la estrategia de mostrar interés ante los programas de alfabetización brindada por el Ministerio de Educación por parte de las personas analfabetas.

Palabras clave: Teoría de juegos, modelización, resolución de problemas.

ABSTRACT

Game theory is a branch of mathematics that shows that developments in the social sciences where agents act sometimes a against others for the attainment of its objectives, can be described by mathematical models, this theory has become an analytical tool indispensable for the resolution of economic problems. In this article two examples of application of Game Theory to Education presented. In the first example we show that the optimal strategy to use a student to approve any course is to study and finally in our second example we show that for better pay or profit is to use the strategy to show interest to literacy programs provided by the Ministry of Education by illiterate people.

Keywords: Game Theory, modeling y problem solving.

.

[1]Universidad Nacional de Jaén. Cajamarca, Perú.
[a] Licenciado en Matemáticas. [b] Ingeniero Forestal.

INTRODUCCIÓN

La Teoría de Juegos es una rama de las matemáticas que estudia algo muy difícil de formalizar matemáticamente, como es el comportamiento racional en situaciones de conflicto (Binmore, 1996). Un juego está definido como: una situación en la que compiten dos o más jugadores.

Un juego es cualquier situación en la que los individuos deben tomar decisiones estratégicas y en la que el resultado final depende de lo que cada uno decida hacer.

Cualquier problema de toma de decisiones, donde el rendimiento (que obtiene una persona) depende no sólo de sus propias decisiones sino también de las decisiones de las otras personas que participan en el juego.

Los elementos que componen un juego son (Peters, 2008): Jugadores. Son cada uno de los agentes que toman decisiones. Pueden elegir entre un conjunto de alternativas posibles.
Estrategias. Corresponde a cada curso de acción que puede elegir un jugador.
Ganancias o Pagos. Corresponden a los rendimientos que obtiene cada jugador cuando termina el juego.

La Teoría de Juegos da expresión matemática a las estrategias de contrincantes y ofrece técnicas para escoger la mejor estrategia posible para resolver conflictos de la vida cotidiana, siendo su principal éxito que sirve de modelo en distintas y variadas ciencias, con consecuencias en el campo social, jurídico, político, económico y militar, entre otros (Mackenzie y Dasilva, 2006). Las situaciones de conflicto reales conducen a una diversidad de juegos (Gibbons, 1992). En la actualidad no existe ninguna clasificación universal de los juegos, aunque estos se diferencian por diversos criterios como: número de participantes, número de estrategias, relación entre los jugadores, tipo de pago, número de movimientos, cantidad de información que posee cada jugador, entre otros. Dependiendo de su clase, se elabora su método de solución (Stengel, 2002). No obstante, cabe destacar que un mismo juego puede pertenecer a diferente clase. Las características de los juegos cooperativos y no cooperativos son: Juegos cooperativos. Los jugadores pueden negociar contratos vinculantes. Eligen estrategias de manera conjunta. Juegos no cooperativos. Los jugadores no pueden negociar contratos vinculantes. Cada uno elige su estrategia óptima independientemente.

Los fundamentos de la teoría de juegos fueron establecidos por John Von Neumann en 1928, y expuestos en el libro Theory of games and economic behaviour, que publicó junto a Oscar Morgensten en 1944. De la Teoría de Juegos no cooperativos, tiene especial interés el Teorema del Maximin de Von Neumann y el concepto de equilibrio de Nash, en la resolución de situaciones de conflicto. Estos dos resultados son especialmente significativos puesto que marcan el punto de partida para el desarrollo de esta teoría (Osborne, 2004).

El concepto de equilibrio desarrollado por John Forbes Nash, supuso que se le concediera el premio Nobel de Economía en 1994 (Nasar, 1998), compartido con otros investigadores en Teoría de Juegos, John C. Harsanyi y Reinhart Selten.

Uno de los paradigmas más conocidos en juegos no cooperativos es el Dilema del Prisionero. En este dilema, si los jugadores optan por sus mejores estrategias individuales, el resultado los lleva a una solución en equilibrio que es peor que la que hubiesen conseguido al colaborar entre ellos. Este dilema ha sido extensamente tratado por numerosos investigadores desde la época de la Guerra Fría, con el enfrentamiento de las dos superpotencias, hasta la actualidad, en la que su aplicación a las redes sociales ha permitido constatar que los jugadores defraudadores tienden a quedarse aislados.

Entre los temas que se abordan desde los juegos cooperativos destaca la idea de índices de poder para el estudio y diseño de sistemas de representación justos. La importancia de la distribución del poder de decisión a través de estos índices se puede constatar al estudiar la composición de distintos foros internacionales. Es el caso del Fondo Monetario Internacional o el Consejo de Seguridad de la ONU y la relevancia que tienen los países miembros con derecho a veto en este último organismo (Espinel, 1999).

MATERIALES Y MÉTODOS

La investigación realizada es teórica aplicada, en esta sección consideramos los dos casos, basados en la realidad para el modelamiento usando la Teoría de Juegos. Nuestro primer ejemplo de aplicación, consiste en resolver un problema muy frecuente en el proceso de aprendizaje en la educación peruana como es la evaluación en la docencia universitaria. Asumiendo que el objetivo principal del alumno es aprobar (modelo simple) y que el catedrático puede ser buen o mal pedagogo. ¿Cuál es la opción adecuada tomada por el alumno, para obtener mejor resultado?

Para el segundo ejemplo de aplicación, consideremos hipotéticamente que un programa del Ministerio de Educación esté evaluando iniciar una campaña de alfabetización centrada en los adultos mayores. En los adultos se producen dos reacciones diferentes, interés por la alfabetización y desinterés. Además el Ministerio tiene dos opciones, como lo de invertir y no invertir, obteniéndose diferente eficacia, con las cuales se pretende atacar a el analfabetismo. La primera opción de invertir obtiene 100% de eficacia contra el interés y 0 % al desinterés el adulto. La segunda opción de no invertir obtiene 0 % de eficacia contra el interés y 25 % al desinterés del adulto. ¿Cuál sería la política que debieran adoptar las autoridades del Ministerio de Educación?

RESULTADOS

El primer ejemplo de aplicación se ha resuelto como un juego de dos personas, en el cual el jugador A (alumno) desea que el pago (aprobar o reprobar el curso) sea aprobar y el jugador P (el docente). El alumno tiene dos opciones, son la de aprobar el curso, representándolo con el valor de 1, o reprobar el curso, representándolo con el valor de 0, tomando en cuenta como es el catedrático en su nivel de pedagogía. El alumno tiene dos opciones o actitudes de actuar, con las cuales el pretende afrontar el curso. La primera opción que es de estudiar, pudiéndose obtener que si el docente es buen pedagogo tenga el valor de 1 o que no lo sea y tenga 0, la segunda opción que es de no estudiar, donde se obtiene los posibles valores de 0, sin importar el nivel de pedagogía del docente.

$$\begin{array}{lcc} & \text{Buena pedagogía} & \text{Mala pedagogía} \\ \text{Estudia} & 1 & 0 \\ \text{No Estudia} & 0 & 0 \end{array}$$

Utilizando la definición de Dominación Estricta (Rasmusen, 1998), podemos deducir que nuestro juego tiene una estrategia dominada, de donde se obtiene:

$$\begin{array}{lcc} & \text{Buena pedagogía} & \text{Mala pedagogía} \\ \text{Estudia} & 1 & 0 \end{array}$$

Para nuestra segundo ejemplo de aplicación, se resolvió como un juego de dos personas. Los jugadores son el Ministerio de Educación y los adultos mayores analfabetos, en este caso, se obtiene que:

$$\begin{array}{lcc} & \text{Interes} & \text{Desinteres} \\ \text{Invierte} & 1 & 0 \\ \text{No Invierte} & 0 & \frac{1}{4} \end{array}$$

Aplicando adecuadamente la teoría de juegos se obtiene que las estrategias óptimas para ambos jugadores son:

$$p^* = \left[\begin{array}{cc} \dfrac{\frac{1}{4} - 0}{1 + \frac{1}{4} - 0 - 0} & \dfrac{1 - 0}{1 + \dfrac{1}{4} - 0 - 0} \end{array} \right]$$

$$p^* = \left[\begin{array}{cc} \frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{4}} & \frac{1}{\frac{5}{4}} \end{array} \right]$$

$$p^* = \left[\begin{array}{cc} \frac{1}{5} & \frac{4}{5} \end{array} \right]$$

$$q^* = \left[\begin{array}{c} \frac{\frac{1}{4} - 0}{1 + \frac{1}{4} - 0 - 0} \\ \frac{1 - 0}{1 + \frac{1}{4} - 0 - 0} \end{array} \right]$$

$$q^* = \left[\begin{array}{c} \frac{1/4}{5/4} \\ \frac{1}{5/4} \end{array} \right]$$

$$q^* = \left[\begin{array}{c} 1/5 \\ 4/5 \end{array} \right]$$

y el valor del juego es:

$$v = \frac{1.\frac{1}{4} - 0{,}0}{1 + \frac{1}{4} - 0 - 0}$$

$$v = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{4}}$$

$$v = \frac{1}{5}$$

$$\boxed{v = 0{,}2}$$

DISCUSIÓN

Las aplicaciones o resolución de problemas están estrechamente relacionadas con la modelización matemática, considerada como un medio para conectar la resolución de problemas al mundo real. Resolver situaciones de la vida real es el objetivo de los modelos y la modelización. Las personas debemos conocer el mundo que nos rodea y por ende se puede aprovechar para construir conocimientos matemáticos y modelar situaciones.

Un juego es un proceso en que dos o más personas toman decisiones y acciones, a fines de obtener beneficio (Rasmusen, 1989). Cada combinación de decisiones y acciones determina una solución particular, las situaciones pueden ser de numerosas formas, siguiendo con este razonamiento, encontramos que en cada situación genera una combinación de premios determinada (Mackenzie y Dasilva, 2006). Cada situación particular ofrece una combinación de premios: si se trata de dos jugadores, la situación ofrece un premio para el primero y otro para el segundo. Ésta es la lógica de los premios y las situaciones. A cada premio se le llama pago.

La Teoría de Juegos nos ayuda a analizar juegos en los que dos o más personas compiten por un único premio o pago (juegos de suma cero de los pagos) y juegos en los que se compite por premios que pueden ser obtenidos simultáneamente (juegos de suma no-cero). La Teoría de Juegos enseña que la interacción de los jugadores generará una situación más probable, o un conjunto de situaciones igualmente probables. A esta situación o conjunto de situaciones se les llamará la solución del juego. La solución del juego se sustenta en que la conducta de cada jugador llega a engancharse con la de los otros, derivando todo esto en situaciones más fuertes que otras. Las situaciones más fuertes son las que serán producidas con la mayor probabilidad, y debido a esto es que se considera que la solución o desenlace del problema del juego corresponde a la situación o situaciones más fuertes, más probables. El análisis de solución de un juego lleva muchas veces a que se determine cuál va a ser el punto final de solución de dicho juego.

En los últimos tiempos son más las personas de diferentes campos del conocimiento que están aplicando la Teoría de Juegos, matemáticos puros, ingenieros, economistas, psicólogos entre otros (Bilbao y Fernández, 1998). En este artículo presentamos dos aplicaciones a la Educación, además se puede considerar que estas aplicaciones pueden crecer explorando en profundidad los conceptos básicos considerados. Esperamos poder trabajar en el crecimiento de esta obra en el tiempo que viene y de esa manera ofrecer al interesado diversas consideraciones más poderosas al nivel básico de estas aplicaciones a la Educación. En la primera aplicación, se observa que la estrategia óptima para el jugador A es estudiar y el resultado de pasar o repetir el curso, dependerá de la estrategia del jugador P, es decir, si tiene o no tiene pedagogía el docente.

Para la segunda aplicación, se obtiene que el valor de dicho juego es del 20 %, con las estrategias dadas óptimas para el Ministerio de Educación y los adultos mayores, de donde se desprende que esto se debe a la falta de interés de los adultos mayores.

CONCLUSIONES

La teoría de juegos modela conflictos ocurridos en la sociedad. En todo juego o conflicto siempre se pretende encontrar las estrategias óptimas para hallar el mejor resultado para ambos jugadores. El propósito de este artículo fué desarrollar dos ejemplos de aplicación sencillos de la Teoría de Juegos a la Educación.

En todo juego existen estrategias óptimas para ambos jugadores debido a la existencia del Teorema de Von Newman, que es enunciado en el presente artículo y lo aplicamos para nuestros ejemplos en un caso particular para juegos de dos agentes o participantes del juego.

En la primera aplicación queda matemáticamente probado, utilizando Teoría de Juegos, que para poder aprobar el curso por el estudiante, la mejor estrategia a utilizar por este es estudiar. Finalmente en la segunda aplicación comprobamos, por la teoría expuesta que la alfabetización de adultos mayores depende del interés de la persona analfabeta, para así obtener un resultado óptimo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bilbao, J. M. y F. R. Fernández. 1998. Avances en Teoría de Juegos. España: Universidad de Sevilla.

Binmore, K. 1996. Teoría de Juegos. Madrid: McGraw-Hill.

Espinel, M. C. 1999. El poder y las coaliciones. Revista Suma, 31: 109-117.

Gibbons R. 1992. A primer in game theory. Harvester Wheatsheaf.

Mackenzie, Allen, B. and Luis A. Dasilva. 2006. Game theory for wireless engineers. San Rafael, California: Morgan & Claypool Publisher's First Edition.

Nasar, S. 1998. A beautiful mind. London: Faber and Faber.

Osborne, M. S. 2004. An introduction to game theory. New York: Oxford.

Peters, Hans. 2008. Game theory. A multi-leveled Approach. Berlin: Springer-Verlag.

Rasmusen, E. 1989. Games and Information an introduction a game theory. Oxford: BlackweU.

Von Stengel, B. 2002. Computing Equilibria for two-person games. Amsterdan: North Holland Press.

Web de Teoría de Juegos. "Tópicos de Teoría de Juegos" Consultada el 29 de Septiembre del 2014. http:w.w.w.gametheory.com.

Web de la Sociedad de Teoría de Juegos. "Tópicos de Teoría de Juegos" Consultada el 03 de Octubre del 2014. http:w.w.w.gametheorysociety.net.

Correspondencia:

Lenin Quiñones Huatangari.
Calle: San Martín Nº1880, Jaén-Cajamarca, Perú
biobiolenin@gmail.com